测试题：曲线曲面积分

武国宁

1 填空题

1. 设L是上半圆周$(x-a)^2+y^2=a^2$，$y\geq 0$，$a>0$，其方向为顺时针方向，则曲线积分$\int_L (e^x\sin y-my)\ \mathrm{d}x+(e^x\cos y-m)\ \mathrm{d}y=$ ____________________

2. 设Σ为下半球面$z=-\sqrt{1-x^2-y^2}$的下侧，则曲面积分$I=\iint\limits_{\Sigma} x^3\mathrm{d}y\mathrm{d}z+y^3\mathrm{d}z\mathrm{d}x+z^3\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$ ____________________

3. 设曲线Γ为柱面$y^2+z^2=a^2$与平面$x=0$的交线，从x 轴正向看去是逆时针方向， 则曲线积分$\oint_\Gamma (e^x+x^2y^2z^3)\mathrm{d}x+(e^y-y^2z)\mathrm{d}y+(e^x+yz^2)\ \mathrm{d}z=$ ____________________

4. 若$\dfrac{(2x+3y)\mathrm{d}x+(3x+2y)\mathrm{d}y}{(x^2+y^2)^m}$， $x^2+y^2\neq 0$是某个二元函数的全微分，则$m=$ ____________________

5. 向量场$\mathbb{A}(x,y,z)=(z+\sin y)\vec{i}+(x\cos y-z)\vec{j}$的旋度为$\mathrm{rot}\,\mathbb{A}=$ ____________________

2 选择题

1. 设L为连接$O(0,0)$，$A(1,0)$，$B(0,1)$三点的封闭曲线，则$\oint_L (x+y)\ \mathrm{d}s=$ (　　)

   (a) $1-\sqrt{2}$
   (b) $1+\sqrt{2}$
   (c) $\sqrt{2}-1$
   (d) $-\sqrt{2}-1$

2. 设曲线积分$\int_C xy^2\mathrm{d}x + yg(x)\mathrm{d}y$与路径无关，其中$g(x)$ 具有连续的导函数， 且$g(0) = 0$, 则$\int_{(0,0)}^{(1,2)} xy^2\mathrm{d}x + yg(x)\mathrm{d}y = (\quad)$

   (a) 3
   (b) 2
   (c) 4
   (d) 1

3. 设Σ为锥面$z = \sqrt{x^2+y^2}$介于$z = 0$和$z = 1$之间的部分，则$\iint_\Sigma (x^2 + y^2 + z^2)\mathrm{d}S = (\quad)$

   (a) π
   (b) $\sqrt{2}\pi$
   (c) $\frac{4}{3}\pi$
   (d) $\frac{4\sqrt{2}}{3}\pi$

4. 设Σ为柱面$x^2 + y^2 = 1$被平面$z = 0$, $z = 1$所截得部分的外侧，则曲面积分$\iint\limits_\Sigma z\ \mathrm{d}x\mathrm{d}y + (x^2 - yz)\ \mathrm{d}y\mathrm{d}z = (\quad)$

   (a) 0
   (b) $\frac{\pi}{2}$
   (c) π
   (d) 2π

5. 设Σ是光滑有界的封闭曲面，$f(x,y,z)$, $g(x,y,z)$, $h(x,y,z)$是Σ上具有有界连续偏导数的函数，Σ的方向指向内侧，且$\frac{\partial f(x,y,z)}{\partial x} + \frac{\partial g(x,y,z)}{\partial y} + \frac{\partial h(x,y,z)}{\partial z} \geq 0$, 且存在不等于0的点，则(　　)

   (a) $\iint\limits_\Sigma f(x,y,z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z + g(x,y,z)\mathrm{d}z\mathrm{d}x + h(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y = 0$

(b) $\iint\limits_{\Sigma} f(x,y,z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z + g(x,y,z)\mathrm{d}z\mathrm{d}x + h(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y > 0$

(c) $\iint\limits_{\Sigma} f(x,y,z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z + g(x,y,z)\mathrm{d}z\mathrm{d}x + h(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y < 0$

(d) 无法确定$\iint\limits_{\Sigma} f(x,y,z)\mathrm{d}y\mathrm{d}z + g(x,y,z)\mathrm{d}z\mathrm{d}x + h(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$的符号

3 计算题

计算曲线积分$\oint_L \frac{x\mathrm{d}y - y\mathrm{d}x}{4x^2+y^2}$, 其中$L:(x-1)^2+y^2=4$, 沿逆时针方向.