

第二节 数量积、向量积、 混合积

武国宁

<https://wuguoning.github.io/teaching/CartesianGeometry>

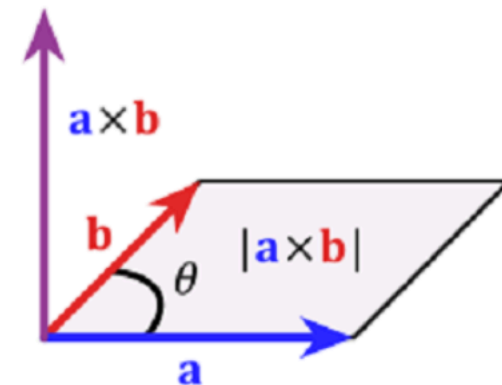
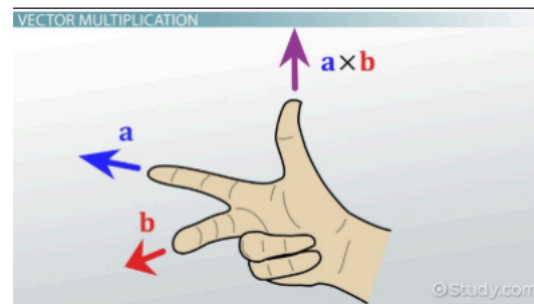
数量积 scalar product

数量积性质

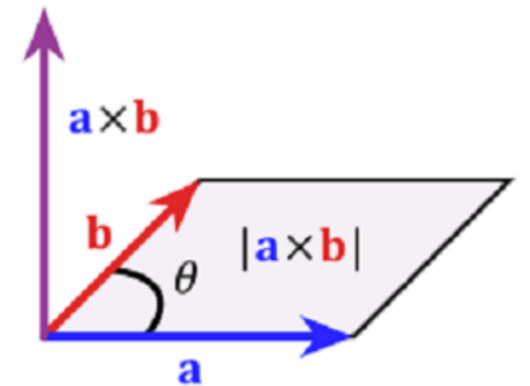
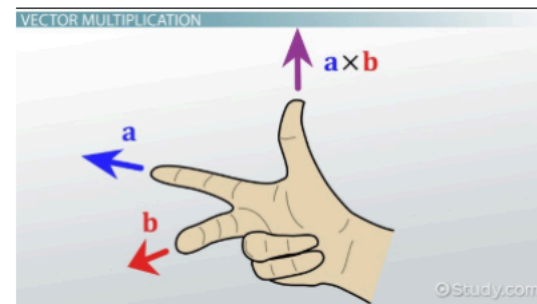
数量积坐标表示

例子 已知三点 $M(1, 1, 1)$, $A(2, 2, 1)$, $B(2, 1, 2)$, 求 $\angle AMB$

向量积 cross product



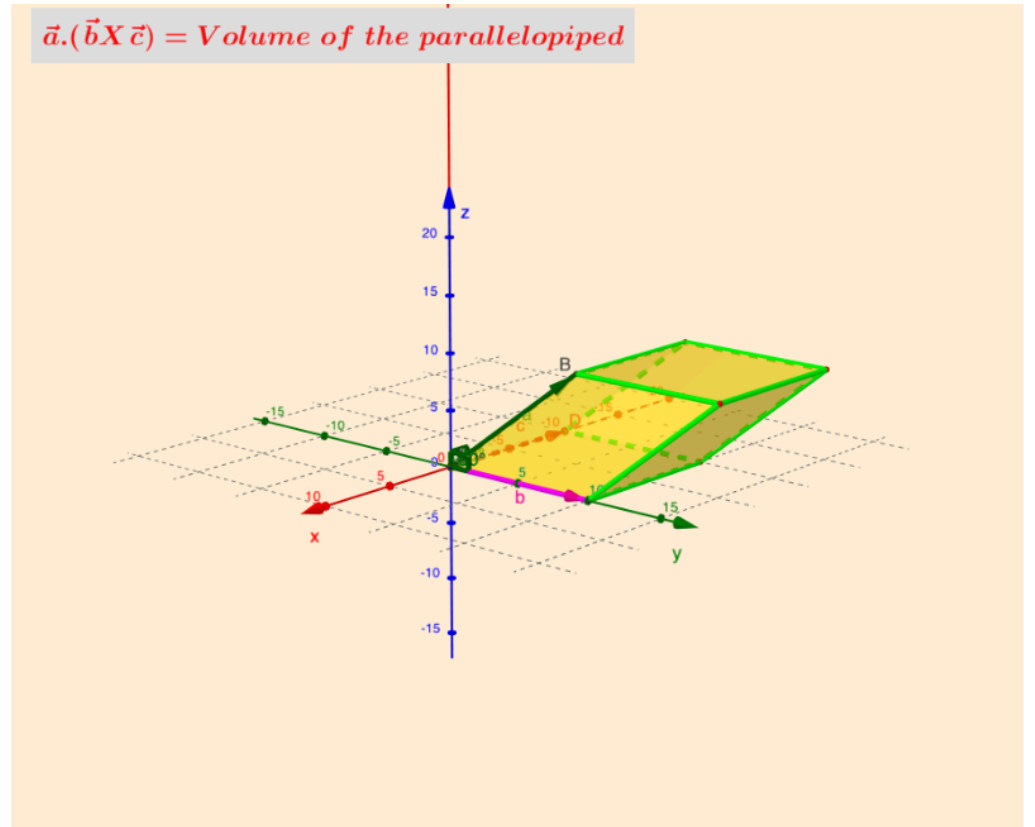
向量积的性质



向量积的坐标表示

例子 已知三角形的顶点分别是 $A(1, 2, 3)$, $B(3, 4, 5)$, $C(2, 4, 7)$ 求三角形 ABC 的面积。

三个向量混合积



三个向量混合积

例子 已知不在平面上的四点: $A_i(x_i, y_i, z_i), i = 1, 2, 3, 4$, 求四面体 $A_1 A_2 A_3 A_4$ 的体积。

小结

 **第二次作业:**

1. 设向量 $\mathbf{a} = (3, -1, -2)$, $\mathbf{b} = (1, 2, -1)$, 求

- $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$;
- $(-2\mathbf{a}) \cdot 3\mathbf{b}$;
- $\mathbf{a} \times 2\mathbf{b}$;
- \mathbf{a}, \mathbf{b} 夹角的余弦。

1. 已知 $M_1(1, -1, 2)$, $M_2(3, 3, 1)$, $M_3(3, 1, 3)$, 求与 $\vec{M_1M_2}$, $\vec{M_2M_3}$ 同时垂直的单位向量。

2. 求向量 $\mathbf{a} = (4, -3, 4)$ 在向量 $\mathbf{b} = (2, 2, 1)$ 上的投影。

3. 已知向量

$\mathbf{a} = (2, -3, 1)$, $\mathbf{b} = (1, -1, 3)$, $\mathbf{c} = (1, -2, 0)$, 求

- $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b}$;
- $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{b} + \mathbf{c})$;
- $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$.